

## **ДВУХСЛОЙНЫЕ ОСЕСИММЕТРИЧНЫЕ ТЕЧЕНИЯ В СВЕРХЗВУКОВЫХ УКРОЧЕННЫХ СОПЛАХ**

*Д.Б. Станкевич, докт. физ.-мат. наук Л.Е. Стернин*

Представлены результаты многопараметрических расчётов двухслойных течений в осесимметричных соплах Лавала с большими степенями расширения. Получено, что в рамках невязкого течения с плоской поверхностью перехода через скорость звука двухслойность не приводит к возникновению в потоке ударных волн в области их влияния на контур сопла даже при весьма высоких степенях расширения сопел.

### **Постановка задачи**

Важной особенностью течений в соплах ЖРД является наличие пристеночного, более холодного, чем ядро, слоя, образованного в результате смешения потока, идущего от головки камеры сгорания, с испарившейся завесой охлаждения. Обычно пристеночная завеса создаётся горючим. Схематизируя течение в сопле, можно упрощенно считать, что весь двухмерный (осесимметричный) поток состоит из двух слоёв: ядра и пристенка, на границе которых выполняется условие равенства статических давлений. При этом показатель адиабаты в пристеночном слое существенно отличается от показателя адиабаты в ядре потока. Если в пристеночной области показатель адиабаты выше, чем в ядре, то у стенки газ, в среднем, будет расширяться быстрее, чем в ядре, а если ниже, то – медленнее.

Различие в законах расширения в пристеночном слое и в ядре может приводить к нарушениям в характере течения газа в таком двухслойном потоке, и, в частности, нельзя заранее исключить появления, например, небольших ударных волн, порождённых подобной неравномерностью расширения.

Целью настоящего расчёта является исследование в рамках невязкого двумерного осесимметричного течения возможности возникновения хотя бы слабых скачков уплотнения, обусловленных только двухслойностью течения.

Ниже прямыми расчётами исследуется возможность появления неизоэнтропических зон при различных значениях показателя адиабаты, степени расширения сопла (и связанного с этим угла  $\theta_0$  – максимального угла наклона контура к оси сопла, который может достигать  $45^\circ$ ; см. рис. 1), толщины пристеночного слоя.

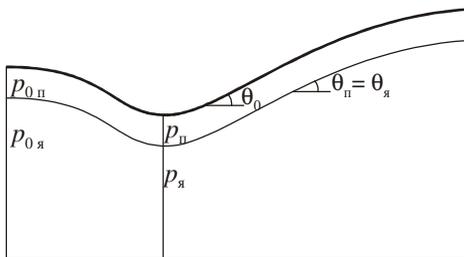


Рис. 1. К постановке задачи

Многопараметрическому исследованию этого явления и посвящается настоящая работа вычислительного характера.

При её постановке принят ряд упрощающих обстоятельств:

1. Сопло строится простейшим методом – оно является укороченным из однопараметрического семейства сопел с равномерно-параллельным истечением с показателем адиабаты ядра потока  $\gamma = 1,18$ .

2. Поверхность перехода через скорость звука полагается плоской, и расчёт в сверхзвуковой области начинается от числа  $M = 1,001$ .

3. Вязкость газа и взаимная диффузия потоков не учитываются.

4. Пристеночный слой полагается однофазным и постоянным по расходу вдоль сопла; его догорание отсутствует.

5. Рекомбинация в сопле отсутствует, и показатели адиабаты в каждом слое полагаются постоянными вдоль сопла.

6. На границе двух потоков ставятся условия равенства статических давлений  $p_{\text{п}} = p_{\text{я}}$  и углов наклона скоростей к оси сопла  $\theta_{\text{п}} = \theta_{\text{я}}$ . Для соблюдения условия совпадения статических давлений приходится принимать не совсем физическое условие небольшого различия полных давлений в камере сгорания для ядра и пристенка:

$$\xi = \frac{p_{0\text{я}}}{p_{0\text{п}}} = \left( \frac{2}{\gamma_{\text{п}} + 1} \right)^{\frac{\gamma_{\text{п}}}{\gamma_{\text{п}} - 1}} \bigg/ \left( \frac{2}{\gamma_{\text{я}} + 1} \right)^{\frac{\gamma_{\text{я}}}{\gamma_{\text{я}} - 1}} \neq 1,$$

где  $\gamma_{\text{я}}$ ,  $\gamma_{\text{п}}$  и  $p_{0\text{я}}$ ,  $p_{0\text{п}}$  – соответственно показатели адиабаты и полные давления газов в ядре и на периферии сопла. При  $\gamma_{\text{я}} = 1,18$  и  $\gamma_{\text{п}} = 1,3$   $\xi = 0,961$ , а при  $\gamma_{\text{я}} = 1,18$  и  $\gamma_{\text{п}} = 1,05$   $\xi = 1,048$ .

Для решения поставленной выше задачи вполне применим метод характеристик, хорошо себя зарекомендовавший при расчётах оптимальных контуров сопел [1]. Особенностью данной задачи является согласование двух потоков с тангенциальным разрывом на границе между ними и определение этой границы. При этом, несмотря на усложнение алгоритма счёта из-за двухслойности, была обеспечена высокая точность счёта. Согласно [2, 3] при используемых на практике гладких дозвуковых входных частях сопел в однослойном осесимметричном течении некоторое искривление поверхности перехода через скорость звука не влияет на удельный импульс сопел. Это подтверждает допустимость использования предположения 2.

Тем не менее, может иметь место использование и более трудоёмких методов, свободных от упомянутых выше допущений.

## Однослойное течение

Сначала создаётся и отлаживается программа расчёта однослойного течения в сопле.

Исходя из перечисленных выше допущений, можно начать счёт от начальной характеристики 2-го семейства  $AB$  (рис. 2) с углом наклона  $\alpha$  к оси  $x$ , в данном случае по модулю совпадающим с углом Маха, так как  $\theta_{\text{вх}} = 0$  (угол вектора скорости входного потока относительно  $x$ ). Следовательно  $\alpha = 1/\arcsin(1/1,001) \approx 87^\circ$ . Так как

исходный поток в начальном сечении  $AO$  равномерно-параллельный, то начальная характеристика  $AB$  прямолинейна. Контур сопла является заданным, поэтому, разбивая характеристику  $AB$  на  $n = 200$  точек, из ближайшей к  $A$  точки  $C$  можно провести характеристику 1-го семейства  $CD$  до её пересечения со стенкой. Используя два условия на стенке:  $\theta = \theta(x)$ ,  $r = r(x)$  и два уравнения на характеристике  $CD$  (см., например, [1], стр. 223) методом итераций можно найти точку  $D$  и неизвестные параметры в ней:  $\alpha_D$ ,  $\theta_D$ ,  $r_D$ ,  $x_D$ . В процессе расчёта любой точки в сопле итерации прекращались, когда  $k$ -я и  $(k-1)$ -я итерации отличались друг от друга не более чем на  $10^{-7}$ . Для достижения этой точности в ядре потока требовалось реализовать 3–4 итерации, на контуре сопла – 5–7 итераций, а у оси симметрии – 7–10 итераций.

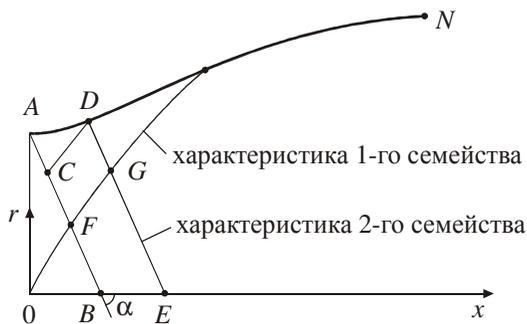


Рис. 2. К расчёту начальной части сопла

Расчётным путём установлено, что для обеспечения наилучшей сходимости во всём поле течения необходимо задать неравномерное начальное распределение точек вдоль характеристики  $AB$ , что, в свою очередь, позволяет приблизить к ней характеристику  $DE$  и последующие характеристики. Координаты точек вычисляются по степенной функции от радиуса с показателем 1,6 и с уплотнением точек к периферии сопла. При сильном отклонении от такого распределения точек происходил рост ошибки вычислений.

Определение характерной точки  $G$  по известным параметрам в точках  $D$  и  $F$  производится на пересечении характеристик

разных семейств; т.е. для определения  $\alpha$ ,  $\theta$ ,  $r$ ,  $x$  имеется система из четырёх уравнений характеристик [1]. При приближении к оси для обеспечения сходимости счёта используются известные методы [1].

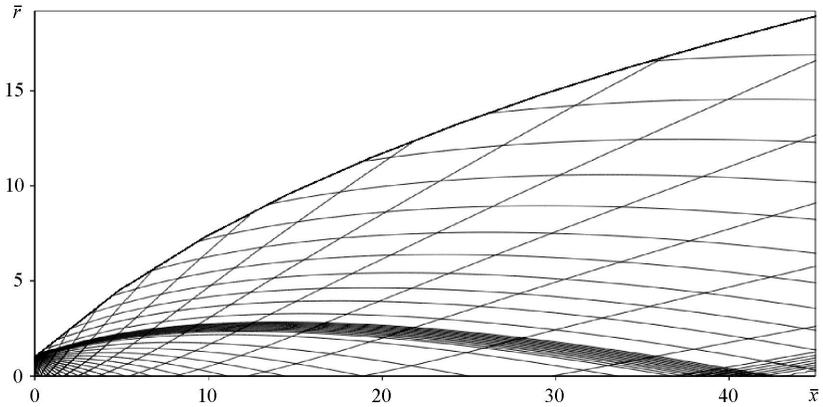


Рис. 3. Поле характеристик

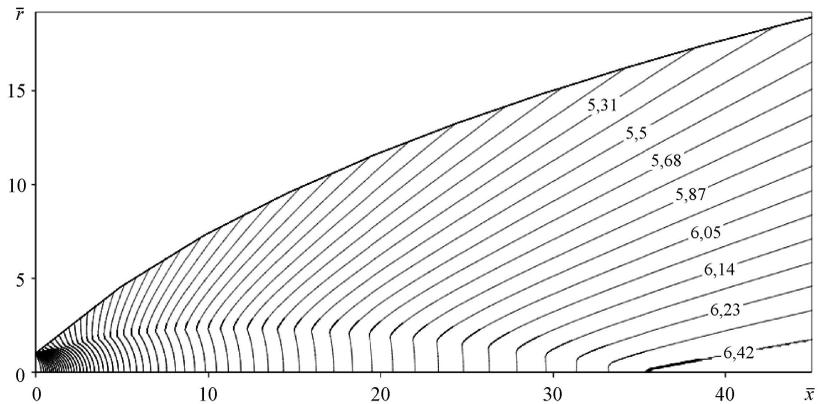


Рис. 4. Изолинии Маха

Результаты расчётов течения для  $\gamma = 1,18$  в виде полей характеристик и чисел Маха представлены на рис. 3 и 4. Контроль показал, что отличие между расходами в критическом и в выходном сечениях сопла находится в пределах 0,01 %, а точность по импульсу – около 0,001 %. Как видно из рис. 3 и 4, в сопле ударные волны отсутствуют. Зона уплотнения характеристик 2-го семейства (рис. 3) необходима для сохранения высокой точности счёта в области повышенных градиентов (см. рис. 4).

### Двухслойное течение

Как отмечалось выше, у стенки сверхзвуковой части сопла имеется обогащённый горючим газообразный пристеночный слой, показатель адиабаты в котором отличается от показателя адиабаты в ядре. При этом в области газа с большим показателем адиабаты расширение происходит более интенсивно. Зависимость показателя адиабаты  $\gamma$  от массового соотношения компонентов топлива  $K_m$  представлена на рис. 5. Показатель адиабаты определялся по результатам термодинамических расчётов по формуле

$$\gamma = \ln\left(\frac{p_a}{p_k}\right) / \ln\left(\frac{\rho_a}{\rho_k}\right),$$

где  $p$  – давление,  $\rho$  – плотность; индекс "к" относится к камере сгорания ( $M = 0$ ), а индекс "а" – к выходному сечению сопла.

Ядро потока при  $K_m = 2,6 \dots 2,75$  имеет показатель адиабаты  $\gamma_{\text{я}} = 1,16 \dots 1,18$ . Пределы изменения  $\gamma_{\text{п}}$  в пристеночном слое  $1,1 < \gamma_{\text{п}} < 1,35$ .

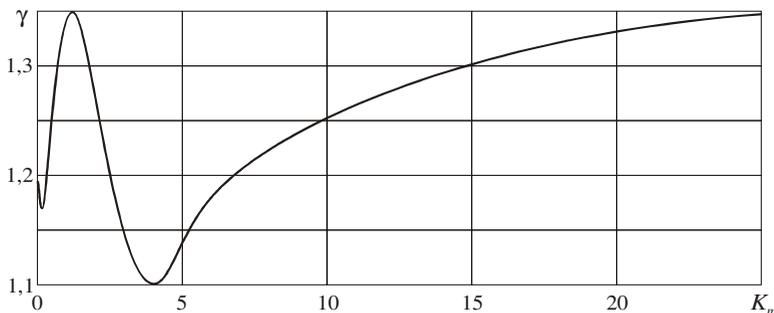


Рис. 5. Зависимость показателя адиабаты  $\gamma$  от  $K_m$



Если на входе задано значение  $\alpha_{\text{вх,п}}$ , то  $\alpha_{\text{вх,я}}$  выражается из уравнения (1) и оно не равно  $\alpha_{\text{вх,п}}$ . Поэтому угол наклона к оси  $x$  характеристики  $CB$  будет отличаться от угла характеристики  $AC$ , т.е.  $AB$  – ломаная линия, состоящая из двух характеристик  $AC$  и  $CB$ . Угол вектора скорости  $\theta$  при переходе через точку  $C$  сохраняется.

Как и при однослойном течении, расчёт начинается с определения параметров в точке  $D$ , затем вычисляются параметры в точке  $G$ . При этом ведётся вычисление интеграла расхода по характеристике  $DF$

$$g = \int_{x_D}^x \frac{q(\lambda) \cdot \sin \alpha \cdot r}{\cos(\alpha - \theta)} dx,$$

где  $x$  – текущая расчётная точка.

Точка  $F$  определяется по следующему алгоритму:

1. Вводится линейная интерполяция всех параметров на характеристике  $CB$  в зависимости от координаты  $x$ .

2. Варьируется положение точки  $F_1$  на характеристике  $CB$  и из неё выпускается характеристика 1-го семейства  $F_1F$  до её пересечения с характеристикой  $GF$  – для выполнения в точке  $F$  условия (1). Положение точки  $F$  на характеристике  $DE$  соответствует заданной величине расхода пристеночного слоя.

Таким образом находятся все пять параметров в точке  $F$ :  $x_F$ ,  $r_F$ ,  $\theta_F$ ,  $\alpha_{F,я}$ ,  $\alpha_{F,п}$ . Следует отметить, что точка  $F$ , как и  $C$ , является промежуточной точкой в сетке характеристик. Чтобы не "портить" эту сетку, её параметры в точке  $F$  не записывались в основной массив, участвующий в расчётах, а точка  $H$  сохранялась. При этом точка  $H$  находилась по параметрам в точках  $F$  и  $H_1$  из четырёх уравнений характеристик в ядре потока. При замене точки  $H$  точкой  $F$  происходила интенсивная дерегуляризация расчётной сетки, приводившая к нарастанию ошибки и прекращению счёта.

Характеристика 1-го семейства, выходящая из точки  $H_1$ , пересекает линию тока  $CFKL$  в точке  $K$ , которая также является промежуточной точкой в сетке и не принадлежит основному расчётному массиву. Для определения её параметров необходимо сначала определить параметры в точке  $L$ , затем, линейно

интерполировав параметры между точками  $F$  и  $L$ , решить задачу о пересечении характеристики  $HK$  и линии  $FL$  при использовании одного из двух уравнений характеристики  $HK$  и  $x$ -координаты точки  $K$  в качестве неизвестной величины. После того как параметры в точке  $K$  найдены, решается система из четырёх уравнений с показателем адиабаты  $\gamma_n$  и находится точка  $M$  по параметрам в точках  $K$  и  $P$ .

В поле характеристик может встретиться такая ситуация, что отрезок линии тока  $FL$  пересекает несколько характеристик 1-го семейства. Тогда алгоритм находит точки пересечения последовательно одну за другой, пока не перейдёт точку  $L$ . Далее счёт продолжается в области ядра с показателем  $\gamma_j$ .

### Результаты расчётов

Результаты расчётов двухслойных течений с различными параметрами потоков представлены на рис. 7 – 15. В подрисуночных подписях используются следующие обозначения:  $\bar{m}_n$  – доля расхода газа, идущего на пристеночный слой;  $\theta_0$  – максимальный угол расширения контура сопла.

На рис. 7 – 10 представлены поля характеристик и линий Маха при  $\gamma_n = 1,05; 1,1$  и  $1,3$ , но при одном и том же  $\gamma_j = 1,18$ , т.е. в широких пределах исследуется влияние показателя адиабаты пристеночного слоя на поля течений в сопле. Известно, что при одной и той же степени расширения струйки тока (или сопла в целом) с ростом показателя адиабаты происходит рост числа Маха. Поэтому, при  $\gamma_n = 1,3$  в пристенке поток имеет большие, а при  $\gamma_n = 1,05$  (рис. 8) – меньшие скорости, чем в ядре. Во всех случаях поля течений в соплах не содержат каких-либо особенностей: характеристики не пересекаются, и течение "спокойное". На рис. 11 – 14 представлены поля характеристик при вариации угла  $\theta_0$ , а также  $\bar{m}_n$  при различных  $\gamma_n$ . Из рассмотрения всех этих результатов счёта следует, что двухслойность течения в рамках указанных выше допущений не приводит к возникновению разрывов, способных понизить тяговые характеристики сопел: все картины течений в области влияния на контуры сопел вполне спокойные и разрывов не наблюдается.

Номинальные значения:  $\theta_0 = 38,6^\circ$ ,  $\gamma_j = 1,18$ ,  $\bar{m}_n = 0,1$ .

На рис. 15 представлено распределение давления по стенке сопла при  $\gamma_n = 1,3$ ;  $\gamma_a = 1,18$ ;  $\bar{m}_n = 0,1; 0,2; 0,3$ ;  $\theta_0 = 45^\circ$ . Из рассмотрения рис. 15 следует, что скачки уплотнения отсутствуют.

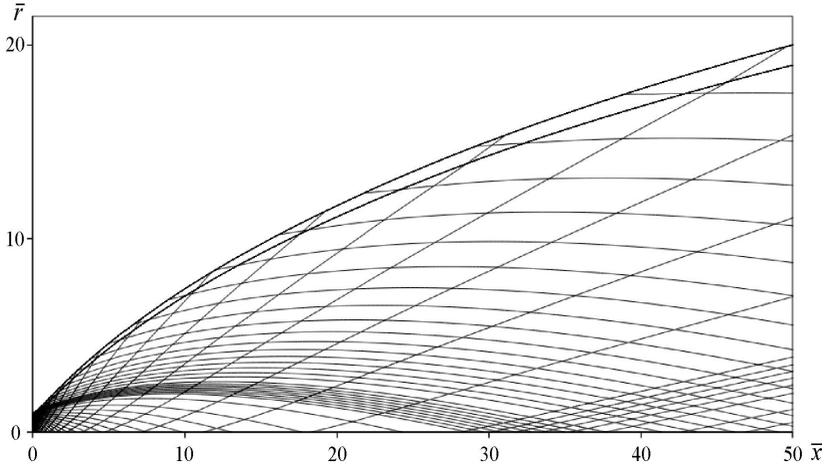


Рис. 7. Поле характеристик при  $\gamma_n = 1,05$ ;  $\gamma_a = 1,18$ ;  $\bar{m}_n = 0,1$ ;  $\theta_0 = 38,6^\circ$

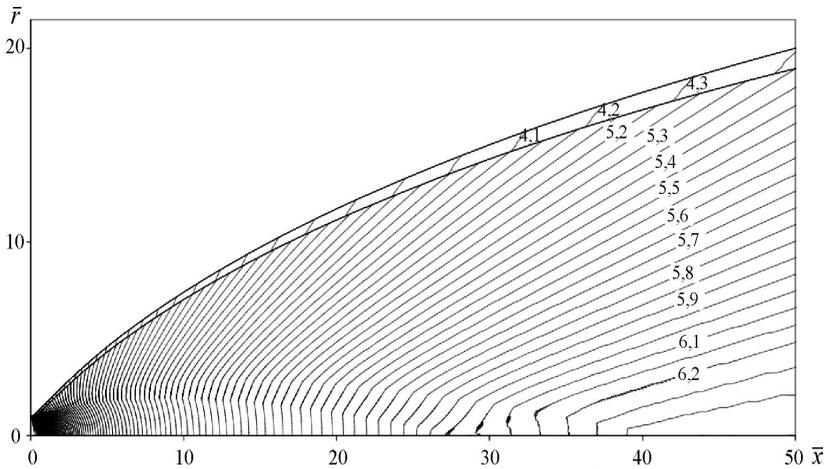


Рис. 8. Изолинии Маха при  $\gamma_n = 1,05$ ;  $\gamma_a = 1,18$ ;  $\bar{m}_n = 0,1$ ;  $\theta_0 = 38,6^\circ$

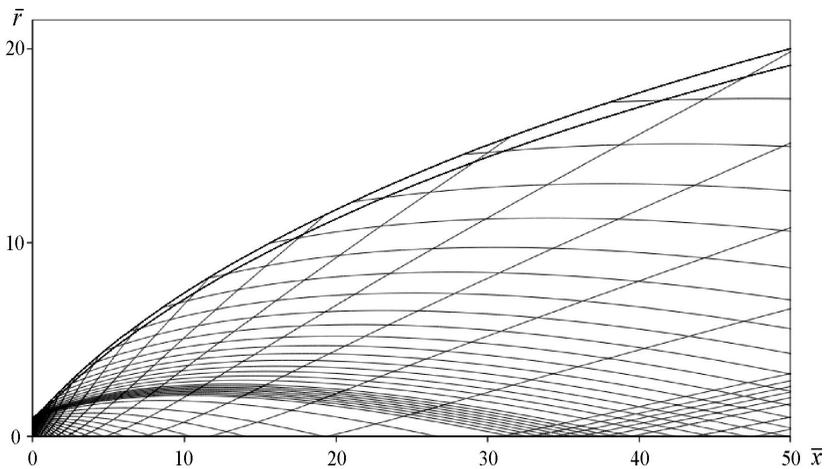


Рис. 9. Поле характеристик при  $\gamma_n = 1,1$ ;  $\gamma_x = 1,18$ ;  $\bar{m}_n = 0,1$ ;  $\theta_0 = 38,6^\circ$

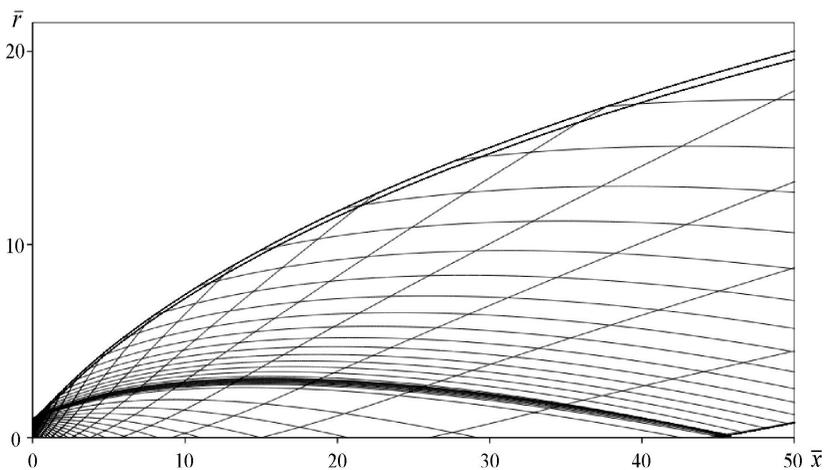


Рис. 10. Поле характеристик при  $\gamma_n = 1,3$ ;  $\gamma_x = 1,18$ ;  $\bar{m}_n = 0,1$ ;  $\theta_0 = 38,6^\circ$

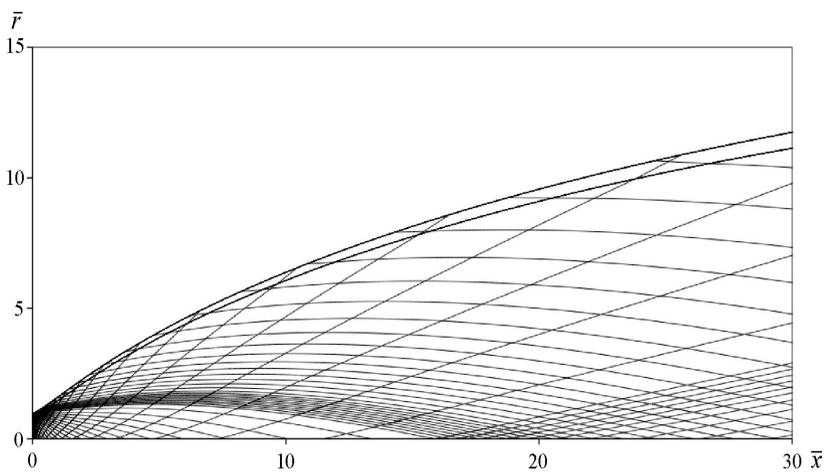


Рис. 11. Поле характеристик при  $\gamma_{\text{п}} = 1,05$ ;  $\gamma_{\text{я}} = 1,18$ ;  $\bar{m}_{\text{п}} = 0,1$ ;  $\theta_0 = 35^\circ$

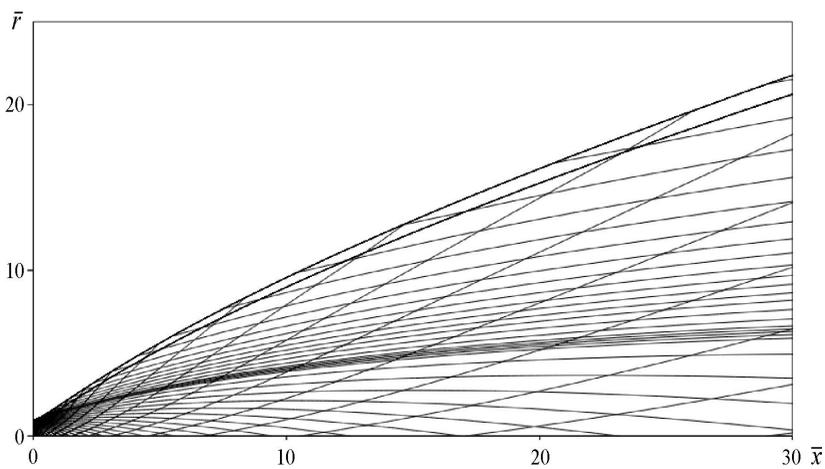


Рис. 12. Поле характеристик при  $\gamma_{\text{п}} = 1,05$ ;  $\gamma_{\text{я}} = 1,18$ ;  $\bar{m}_{\text{п}} = 0,1$ ;  $\theta_0 = 45^\circ$

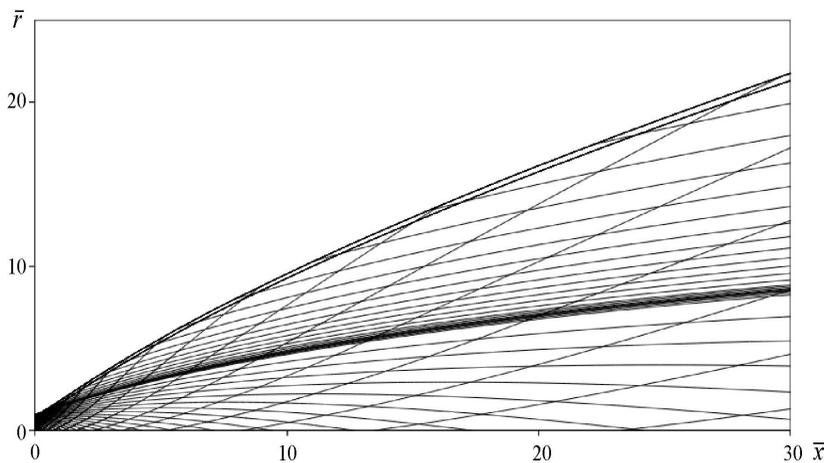


Рис. 13. Поле характеристик при  $\gamma_{\text{п}} = 1,3$ ;  $\gamma_{\text{я}} = 1,18$ ;  $\bar{m}_{\text{п}} = 0,1$ ;  $\theta_0 = 45^\circ$

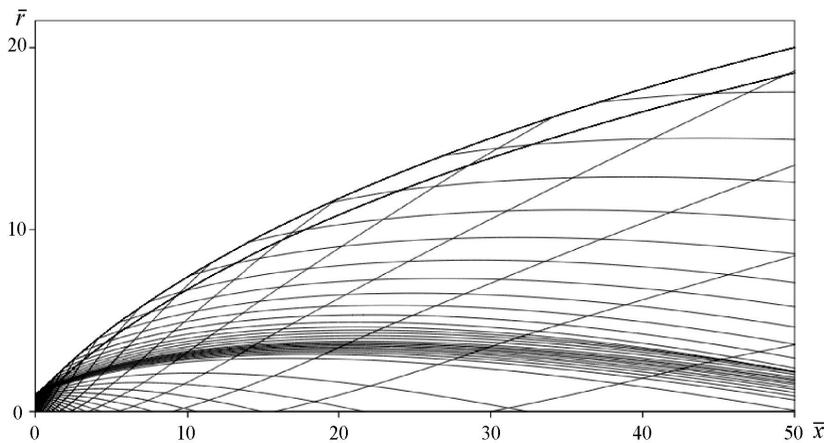


Рис. 14. Поле характеристик при  $\gamma_{\text{п}} = 1,3$ ;  $\gamma_{\text{я}} = 1,18$ ;  $\bar{m}_{\text{п}} = 0,3$ ;  $\theta_0 = 38,6^\circ$

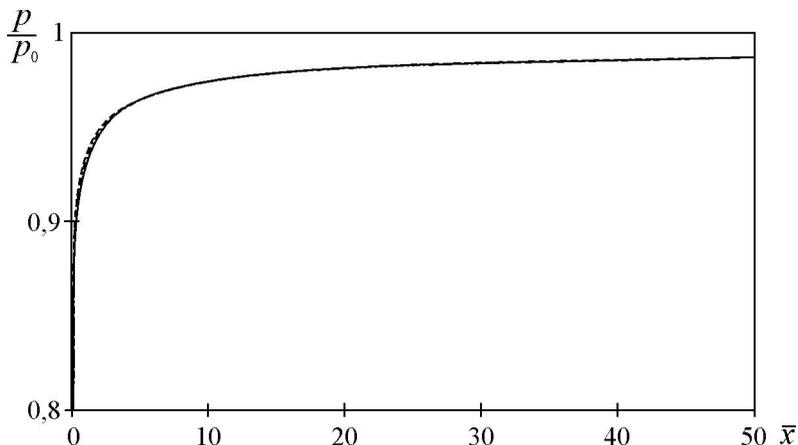


Рис. 15. Распределение относительных давлений вдоль контура сопла при  $\gamma_{\text{п}} = 1,3$ ;  $\gamma_{\text{я}} = 1,18$ ;  $\bar{m}_{\text{п}} = 0,1; 0,2; 0,3$ ;  $\theta_0 = 45^\circ$

## Выводы

1. Составлена и реализована на практике программа расчёта методом характеристик невязкого двухслойного осесимметричного течения в сопле. Проведены расчёты при различных значениях показателя адиабаты пристеночного слоя  $\gamma_{\text{п}} = 1,05 \dots 1,3$  при показателе адиабаты ядра  $\gamma_{\text{я}} = 1,18$ , при максимальном угле наклона сверхзвуковой части контура сопла до  $\theta_0 = 45^\circ$ , при относительных расходах на завесу  $\bar{m}_{\text{п}} = m_{\text{п}} / (m_{\text{п}} + m_{\text{я}}) = 0,1; 0,2$  и  $0,3$ , т.е. в широком диапазоне параметров, определяющих течение.

2. Результаты расчёта представлены в виде серии картин течений в соплах (рис. 7 – 14), из рассмотрения которых следует, что в указанном в п. 1 диапазоне изменения параметров в пристеночном слое не обнаруживается даже слабых скачков уплотнения, которые смогли бы повлиять на тягу и удельный импульс.

## Литература

1. *Стернин Л.Е.* Основы газовой динамики. М.: Изд-во МАИ, 1995. 333 с.

2. *Киселёв А.С., Стернин Л.Е.* Компактная разностная схема со скалярными прогонками для интегрирования уравнений газовой динамики // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1999. Т. 39. № 1. С. 154–162.

3. *Стернин Л.Е.* О применимости некоторых упрощающих допущений при профилировании оптимальных ракетных сопел // Изв. РАН. МЖГ. 1999. № 2. С. 170–174.

Поступила 13.04.2005 г.